Tipos de errores en medición
Laboratorio de Instrumentación

Luis Zambrano
Escuela Superior Politecnica del Litoral
ldzambra@espol.edu.ec

Tipos de errores

Errores sistemáticos:

-Errores de calibración

-Errores de carga

-Errores de resolución

-Cierto tipo de errores humanos

Errores aleatorios:

-Factores ambientales
-Insuficiente sensibilidad del instrumento

-Mal estado del equipo

-Cierto tipo de errores humanos

Errores experimentales:

Tomando en consideración los errores sistemáticos y los errores aleatorios, tenemos que:

- Podemos realizar dos tipos de experimentos: mediciones simples de 1 sola muestra y mediciones repetitivas de la misma variable y bajo las mismas condiciones.
- Al realizar mediciones repetitivas, podemos determinar estadísticamente la distribución de los errores (aleatorios) en la medición
- Al realizar una sola medición, podemos determinar el error analíticamente (errores sistemáticos)

Errores experimentales:

Errores **sistemáticos**: se determinan mediante métodos matemáticos

Errores **aleatorios**: se determinan estadísticamente realizando mediciones repetitivas.

El error total ET_x es por tanto la suma de errores sistemáticos y errores aleatorios:

$$ET_x = \sqrt{S_x^2 + A_x^2}$$

Donde ET_x es el total de los errores.

Se asume que S_x y A_X están asociadas con diferentes fuentes de error.

Errores sistemáticos

Se utiliza una sola medición de cada una de las variables para calcular indirectamente el valor de resultado (V_r). Ej.

- Para calcular la densidad de un cuerpo, se realiza una medición del volumen y otra de la masa:

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad\qquad Q = k\sqrt{h_1 - h_2}$$

Se aplica un procedimiento matemático que calcula el error **sistemático total** (S_x) en base al error de cada uno de los términos independientes de la variable a medir: en este caso: masa y volumen.

Errores sistemáticos

La propagación total del error es una función con variables independientes es igual a la suma de los cuadrados de sus errores:

$$S_x = \sqrt{\left(u_1 \frac{\delta f}{\delta x_1}\right)^2 + \left(u_2 \frac{\delta f}{\delta x_2}\right)^2 + \cdots + \left(u_n \frac{\delta f}{\delta x_n}\right)^2}$$

Por tanto, $S_x / x \times 100\,\%$ es a aproximación del error de una medición expresado en porcentaje.

Esta expresión se usa para de igual forma para el cálculo de la desviación estándar de la medición.

$$\sigma_x = \sqrt{\left(\sigma_1 \frac{\delta f}{\delta x_1}\right)^2 + \left(\sigma_2 \frac{\delta f}{\delta x_2}\right)^2 + \cdots + \left(\sigma_n \frac{\delta f}{\delta x_n}\right)^2}$$

Errores sistemáticos: Ejemplo

El cálculo del coeficiente de calibración K en la medición de caudal utilizando la ecuación de Bernoulli es:

$$K = \frac{4W}{\pi D^2 t}\sqrt{\frac{1}{2\rho\,\Delta p}}$$

variable	Error sistematico
Peso W	1%
Diámetro D	0.2%
Tiempo t	0%
Densidad	0.02%
Presión	0.1%

Errores sistemáticos: Ejemplo

$$\frac{\partial K}{\partial W} = \frac{4}{\pi D^2 t}\sqrt{\frac{1}{2\rho\,\Delta p}} = \frac{K}{W}$$

$$\frac{\partial K}{\partial D} = -\frac{8W}{\pi D^3 t}\sqrt{\frac{1}{2\rho\,\Delta p}} = -\frac{2K}{D}$$

$$\frac{\partial K}{\partial t} = -\frac{4W}{\pi D^2 t^2}\sqrt{\frac{1}{2\rho\,\Delta p}} = -\frac{K}{t}$$

$$\frac{\partial K}{\partial \rho} = -\frac{4W}{2\pi D^2 t}\sqrt{\frac{1}{2\rho^3\,\Delta p}} = -\frac{K}{2\rho}$$

$$\frac{\partial K}{\partial \Delta p} = -\frac{4W}{2\pi D^2 t}\sqrt{\frac{1}{2\rho\,\Delta p^3}} = -\frac{K}{2\Delta p}$$

Errores sistemáticos: Ejemplo

Sustituyendo tenemos:

$$\frac{S_K}{K} = \sqrt{\left(\frac{u_W}{W}\right)^2 + \left(2\frac{u_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{u_t}{t}\right)^2 + \left(\frac{u_\rho}{2\rho}\right)^2 + \left(\frac{u_{\Delta p}}{2\Delta p}\right)^2}$$

$$\frac{S_K}{K} = 1.08\,\%$$

El error en el valor de K= ±1.08%

Errores aleatorios

Los objetivos son:

1) Usar todas las mediciones de los experimentos para estimar el valor promedio y la desviación estándar de las mediciones.

2) Inferir la distribución de probabilidad de las mediciones en base a las muestras (bondad de ajuste). ¿los datos se comportan realmente como una distribución normal?

Errores aleatorios

Se realiza un análisis estadístico, asumiendo una distribución de los errores (distribución normal)

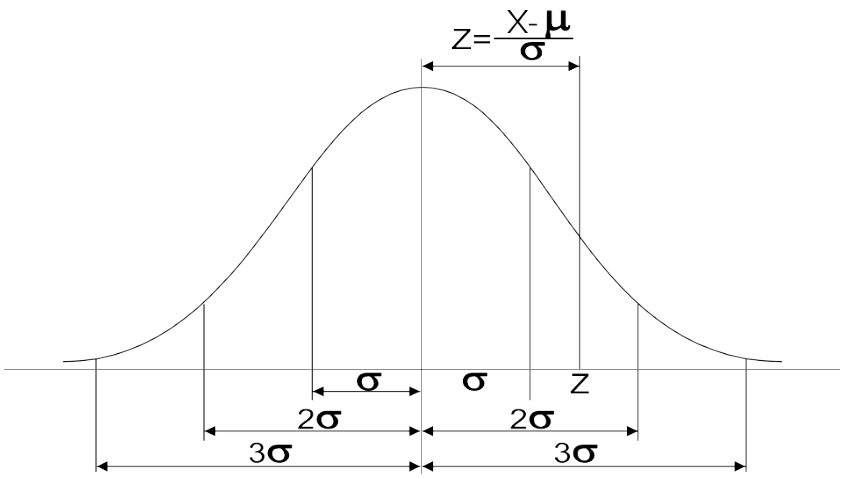
$$f(x,\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

x El valor de una medición (Vr)

μ Valor promedio de la población (Va)

σ Desviación estándar

Cálculo de errores aleatorios



Curva de distribución normal estándar.

El área bajo la curva representa la probabilidad de ocurrencia de un evento.

Cuando seleccionamos un grupo de mediciones del mismo parámetro y bajo las mismas condiciones, es posible que algunos datos estén completamente errados (**por fallas en el proceso de medición**); estos datos se deben eliminar ya que pueden mover el promedio.

Para ello utilizamos la tabla unificada del área bajo la curva “normal estándar” (tabla de Z), donde $\mu=0$ y $\sigma^2=1$.

Cálculo de errores aleatorios

El promedio aritmético de "n" mediciones tomadas con igual cuidado:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}$$

Desviación: $d = x - \mu$

Desviación estándar: $\sigma \approx \sqrt{\dfrac{d_1^2 + d_2^2 + \cdots + d_n^2}{n}}$ Para toda la población

$$\sigma_x \approx \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Para una muestra de la población

Cálculo de errores aleatorios

	Población	**Muestra**
Promedio	μ	$\bar{x}$
Desviación estandar	σ	σ_x

Para muestras de la población utilizamos entonces:

$$\sigma_x \approx \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Cálculo de errores aleatorios

Para construir el histograma de frecuencias, la selección del número de intervalos se lo hace a través de la regla empírica de Sturgis:

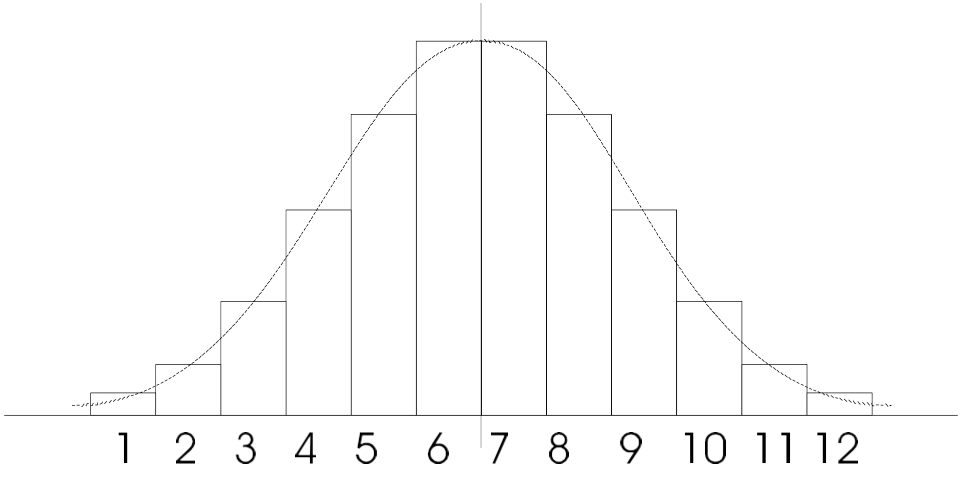
$$N = 1 + 3.3 \log n$$

N = número de intervalos

n = número total de datos

Del ejemplo:

- n = 2000
- N = 1+3.3log2000 = 11.89 = 12



N=12

Cálculo de errores aleatorios (muestras grandes)

Cuando necesitamos determinar con un % de confianza el intervalo de datos que contenga el promedio.

Intervalos de confianza para muestras grandes (n>30)

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Por lo tanto, para muestras grandes el intervalo sería:

$$\bar{x} - Z\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + Z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Cálculo de errores aleatorios (muestras pequeñas)

Para muestras pequeñas (n ≤ 30) utilizamos la distribución “t”

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}}$$

Para muestras pequeñas, el intervalo sería:

$$\bar{x} - t_{\alpha/2,\nu}\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{\alpha/2,\nu}\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

Donde $\alpha = 1 - c$; $\nu = n - 1$ c = % de confianza

Summary

El valor absoluto del error aleatorio A_x sería:

$$A_x = \bar{x} - \mu = \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

El error expresado en porcentaje:

$$\frac{A_x}{x} = \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \frac{1}{x}$$

De igual forma con la distribución t.

Debemos tomar en cuenta que para realizar todos estos cálculos, hemos asumido que los errores aleatorios se comportan como una distribución normal.